

مجموعه‌ها و احتمال

به نام خدا

سال قبل یاد گرفتیم که برای مناسبه احتمال یه پیشامد از دستور زیر استفاده کنیم:

$$\text{احتمال رخ دادن یک پیشامد} = \frac{\text{تعداد حالت‌های مطلوب}}{\text{تعداد همه حالت‌های ممکن}}$$

یه یادآوری می‌کنیم که اگه یادتون رفته این فرمول بطوری بود یادتون بیاد 😊

ساده‌ترین مثال، پرتاب سکه‌س که واسه همه قابل درکه.

فرض کنید به ما گفتن احتمال اینکه در پرتاب یه سکه، شیر بیاد چنده؟

خب شما یه سکه رو که پرتاب می‌کنید چند تا حالت برایش ممکنه پیش بیاد؟ ۲ تا، یا شیر بیاد یا خط.

پس تعداد همه حالت‌های ممکن که میتونه اتفاق بیفته ۲ هست، پس مخرج کسر ۲ شد.

حالا حالت مطلوب ما چیه؟

اینه که شیر بیاد. از اون دو تا حالت چند تاش شیر بود؟ فقط یکی. پس صورت

کسرمون ۱ میشه. پس داریم:

$$\text{احتمال آمدن شیر} = \frac{1}{2}$$

این خیلی ساده بود، به مثال دیگر بگیم:

در پرتاب یک تاس احتمال اینکه عدد زوج باشد چقدر است؟

وقتی به تاس رو پرتاب می‌کنیم چند تا حالت ممکنه پیش بیاد؟

اینجا باید همه حالت‌های ممکن رو بگیم: ۱، ۲، ۳، ۴، ۵، ۶. غیر از اینا که دیگر چیزی نداریم، اینا چند تا شدن؟ ۶ تا

حالا باید بریم سراغ حالت‌های مطلوب، یعنی چیزی که مساله ازمون خواسته.

حالت مطلوب اینه که عدد رو شده زوج باشه. حالا از این ۶ تایی که داریم کدوما زو به؟ ۲، ۴، ۶. پس تعداد حالات مطلوب ما ۳ میشه. بنابراین داریم:

$$\frac{3}{6} = \text{احتمال زوج شدن عدد}$$

اینجا می‌فوییم این فرمولی که داریم رو به کم شکل ریاضی بهش بدیم. میایم واسه قسمتای مختلف فرمول اسم میذاریم.

همه حالت‌های ممکن رو می‌ریزیم توی **یه مجموعه** و اسم مجموعه رو می‌ذاریم S

همه حالت‌های مطلوب رو می‌ریزیم توی **یه مجموعه** و اسمشو می‌ذاریم A

از طرفی وقتی می‌فوییم تعداد اعضای **یه مجموعه** رو نشون بدیم، به اینصورت می‌نویسیم:

$n(S)$ (اسم مجموعه)

پس ما اگه بفوییم **تعداد** همه حالت‌های ممکن رو بنویسیم، با توجه به اینکه اسم مجموعه

رو S گذاشتیم، میشه $n(S)$

و آنگه بخواهیم **تعداد** حالت‌های مطلوب رو نشون بدیم میشه $n(A)$

احتمال رخ دادن حالت مطلوب رو هم با $p(A)$ نشون میدیم.

حالا میایم کل اون فرمولی که اول جلسه گفتیم رو به زبون ریاضی می‌نویسیم:

$$p(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$$

پس دیدید که ما هیچ چیز جدیدی نگفتیم فقط بحث رو به کم ریاضی‌تر کردیم.

مثال

اگر تاسی را بیندازیم، احتمال هر یک از پیشامدهای زیر را به دست آورید:

الف: عدد رو شده مضرب ۳ باشد

باید از این فرمول استفاده کنیم: $p(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$

$n(S)$ چیه؟ تعداد کل حالتها، تعداد کل حالتها در پرتاب تاس ۶ هست.

$n(A)$ چیه؟ تعداد حالت‌های مطلوب، در این سوال یعنی تعداد مضربهای ۳. در عددیایی

که توی پرتاب تاس ظاهر میشن کدوما مضرب ۳ هستن؟ $\{۳ و ۶\}$

تعداد اعضای این مجموعه چند تاس؟ ۲ تا. پس $n(A) = ۲$.

حالا اینا رو توی فرمول جاگذاری می‌کنیم:

$$p(\text{زوج شدن عدد در پرتاب تاس}) = \frac{2}{6}$$

ب: عدد رو شده اول باشد

طبق توضیحات قبل داریم: $n(S) = 6$

میفوییم $n(A)$ رو پیدا کنیم. از بین ۶ تا عددی که توی پرتاب تاس ظاهر میشه کدوما اولن؟ $\{۲, ۳, ۵\}$.

تعدادشون چند تاس؟ ۳ تا. پس $n(A) = ۳$

این دو تا رو توی فرمول جاگذاری می‌کنیم:

$$p(\text{اول شدن عدد در پرتاب تاس}) = \frac{3}{6}$$

بنابراین احتمال اینکه در پرتاب تاس، عدد اول ظاهر بشه برابره با $\frac{3}{6}$

حل تمرین صفحه ۱۷

احتمال

۱- اگر تاسی را بیندازیم، چقدر احتمال دارد:

الف) عدد رو شده زوج باشد. ب) عدد رو شده زوج و از ۲ بزرگ‌تر باشد.

ج) عدد رو شده زوج و اول باشد. د) عدد رو شده از ۳ کمتر باشد.

دیدیم که برای مناسبه احتمال یه پیشامد باید از دستور زیر استفاده کنیم:

$$\text{احتمال رخ دادن یک پیشامد} = \frac{\text{تعداد حالت‌های مطلوب}}{\text{تعداد همه حالت‌های ممکن}}$$

در پرتاب یک تاس، تعداد همه حالت‌های ممکن برابر ۶ هست، در هر قسمت
تعداد حالت‌های مطلوب رو پیدا می‌کنیم تا احتمال رو به دست بیاریم:

الف :

حالت‌های مطلوب برای این قسمت، عددهای ۲ و ۴ و ۶ هستن، بنابراین تعداد
حالت‌های مطلوب برابر ۳ میشه، پس:

$$\text{احتمال زوج شدن} = \frac{3}{6}$$

ب:

حالت‌های مطلوب در این قسمت عددهای ۴ و ۶ هستن، یعنی تعداد حالت‌های
مطلوب برابر ۲ میشه، پس داریم:

$$\text{احتمال زوج و بزرگتر از ۲ شدن} = \frac{2}{6}$$

ج:

تنها عدد اول و زوج، عدد ۲ هست. بنابراین تعداد حالت‌های مطلوب در این
قسمت برابر ۱ میشه:

$$\text{احتمال زوج و اول شدن} = \frac{1}{6}$$

د:

چه عددهایی در پرتاب تاس کمتر از ۳ هستن؟ ۱ و ۲. بنابراین تعداد حالت‌های
مطلوب در این قسمت ۲ میشه:

$$\text{احتمال کوچکتر از ۳ شدن} = \frac{2}{6}$$

تمرین ۲.

اگر خانواده ای دارای ۳ فرزند باشد، مجموعه همه حالت‌های ممکن را تشکیل دهید:

چه حالت‌هایی واسه این ۳ تا بچه وجود داره؟

هر سه دختر باشن. به این صورت مینویسیم: (د، د، د)

دو دختر و یک پسر (د، د، پ)

یک دختر و دو پسر (د، پ، پ)

سه تا پسر (پ، پ، پ)

از ما فواسته مجموعه حالت‌های ممکن رو بنویسیم. پس میام همه اینا رو توی یک مجموعه میذاریم:

$$S = \{(د، د، د)، (د، د، پ)، (د، پ، پ)، (پ، پ، پ)\}$$

اینجا کل حالت‌های ممکن بود. تعدادشون چند تاس؟ ۴ تا.

$$n(S) = 4$$

مقدر احتمال دارد این خانواده دارای دو دختر (دقیقا دو دختر) باشد.

$$p(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$$

هر وقت احتمال رو فواسته بودن باید سراغ این فرمول بریم

$n(S)$ رو که به دست آوردیم. باید $n(A)$ رو پیدا کنیم.

حالت مطلوب ما داشتن دقیقا دو تا دختره. از بین این ۴ تا حالتی که نوشتیم کدامش دقیقا دو تا دختر داشت؟

(د ، د ، پ) ، پس :

$$A = \{(د، د، پ)\}$$

این مجموعه چند تا عضو داره؟ یکی. پس $n(A) = 1$

حالا توی فرمول جاگذاری می‌کنیم:

$$p(\text{دقیقا دو دفتر}) = \frac{1}{4}$$

ادامه تمرینها رو می‌تونید در "کانال خصوصی حل تمرین و نمونه سوال" ببینید ☺

در صورت تمایل به عضویت، به ادمین کانال مراجعه کنید.

آموزش گام به گام ریاضی چهارم تا دهم در سایت:

www.riazibaham.ir

و کانال‌های @RiaziBaHam و @RiaziBaHam9

برای دریافت جزوات سایر پایه‌ها، تمرینهای حل شده و نمونه سوالات

امتفانی حل شده، به "ریاضی با هم" بپیوندید.